

距離スペクトルを用いた平板形状の認識について

Planar Object Recognition based on Distance Spectrum

公文 誠^{1*} 福永 陸人¹ 中妻 啓¹
Makoto Kumon¹, Rikuto Fukunaga¹, Kei Nakatsuma¹

¹ 熊本大学
¹ Kumamoto University

Abstract: 本研究では送受信波の干渉による定在波に基づく距離スペクトルを利用して環境中の物体表面形状を推定する手法を考える。距離スペクトルは対象物体を点としてモデル化し、点までの距離を示す情報を与えるものとして提案されたものであるが、実際の大きさのある対象では反射表面が影響し、対象物体の形状に関する情報が埋め込まれている。本研究では距離スペクトル波形と物体表面の端点との関係を示し、対象物体表面の大きさの推定法、ならびにこのコンセプトに基づいて複数地点からの観測を統合することで簡単な形状の物体である平板の形状推定へと拡張する。また、数値実験ならびに屋外実験によって提案法の妥当性を検討・考察する。

1 緒言

ロボットは多様な環境での活動が期待されており、それぞれの置かれた状況に応じ自律的に決定を下す必要がある。このため環境を適切に認識する能力はロボットに必須の基本機能である。

カメラや LiDAR (light detection and ranging) のような光学センサ、超音波の近接センサやソナー (sound navigation and ranging; SONAR) などの音響センサなどがロボットの環境情報の認識に活用されている。音響センサは光学式のそれと比べて分解能に制限があることが多いものの、悪条件の環境であってもロボスタな認識が可能で、光学センサと組み合わせる相補的な応用が期待される。

超音波センサは波長が短く指向性の高い信号によって精度良く距離測定出来る一方、減衰が大きく数 m 程度の測定レンジに限られる。一方、可聴音 (帯域 20~20kHz 程度) は超音波に比べ波長が長く減衰が小さいため、より長い伝搬距離を得ることが出来る。可聴音を用いて環境認識の好例として、「クリック音」(舌打ち音) を用いてヒトが環境中の物体を認識する能力が挙げられる [1]。熟練した「クリック音」使用者は 30m 以上 [2] の認識距離があると言われ、単に物体までの距離だけでなくその形状を知覚する [3]。

このような可聴音を用いた認識技術の一つとして、Uebo[4] は、送出信号と対象からの反射信号の干渉による定在波のパワースペクトル (距離スペクトル) が周波数領域において周期的であることを利用した対象と

の距離推定法を提案している。また、岸波 [5] は距離スペクトルのアプローチを位相情報と組み合わせる [6] ことで複数物体の認識に拡張している。

ところで環境認識には対象物体までの距離だけではなく、物体の形状も重要な情報である。例えば超音波距離センサでは反射波の波形から、対象の平面や角など形状を推定出来る [7]。可聴音では広がった音波が広い範囲で反射することを考えれば、反射波あるいは干渉波もある程度広範囲の環境中の対象物体の形状情報を含んでいると考えられる。本研究では距離スペクトル波形に着目し、実際に対象表面の縁までの距離が得られることを明らかにする。また複数地点で計測した情報を統合することで対象の形状を推定する方法へと応用する。

本論文の構成は次の通りである。Uebo[4] の距離スペクトルを用いた対象物体までの距離推定法について 2 節で紹介した後距離スペクトルと物体表面の形状の関係について 3 節で述べ、形状推定法を提案する。提案法の妥当性について、数値例と実験を通じて議論し (4 節)、最後に 5 節でまとめる

2 可聴音の定在波に基づく距離測定

本節では Uebo[4] の提案する可聴音による距離推定の方法を簡単にまとめる。

受音点 (マイクロホン)、音源 (スピーカ)、静止物体の配置を Fig.1 に示す。L は静止物体までの距離である。簡単のため信号送出点と受信点は同じ位置であるとする。時刻 t で距離 x でのスピーカから送出された信号を $v_{Tr}(t, x)$ と記し、送出信号を線形チャープ信号

*連絡先: 熊本大学
熊本市中央区黒髪 2-39-1
E-mail: kumon@gpo.kumamoto-u.ac.jp

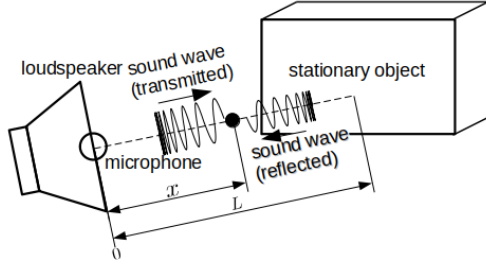


図 1: 定在波を用いた距離推定

であるとする、

$$v_{Tr}(t, x) = Ae^{j(2\pi \int_0^{t-|x|/c} f(\tau) d\tau + \theta)}, \quad (1)$$

と表わせる。ここで $f(\tau)$ は以下で与えられる瞬時周波数である:

$$f(\tau) = \frac{f_w}{T} \tau + f_1, \quad (2)$$

また, A, c, θ は信号の振幅, 音速と初期位相, T, f_1, f_N, f_w は信号のパラメータで信号長, 最低周波数, 最高周波数で帯域は $f_w = f_N - f_1$ の関係がある。簡単のため音源は原点にあるものとする。

今, 静止物体からの反射波 $v_{Ref}(t, x)$ は

$$v_{Ref}(t, x) = A\gamma e^{j\phi} e^{j(2\pi \int_0^{t-(2L-|x|)/c} f(\tau) d\tau + \theta)}, \quad (3)$$

と表せるとする。ここで, γ と ϕ は対象での反射係数と位相変化であり, 周波数によらず一定とする。受音点位置 $x=0$ において観測される合成波 $v_C(t, 0) = v_{Tr}(t, 0) + v_R(t, 0)$ のパワーは

$$|v_C(t, 0)|^2 = |A|^2 \left\{ 1 + \gamma^2 + 2\gamma \cos \left(2\pi \frac{f_w}{T} \frac{2L}{c} t - 2\pi \frac{f_w}{2T} \left(\frac{2L}{c} \right)^2 + 2\pi f_1 \frac{2L}{c} - \phi \right) \right\}. \quad (4)$$

となる。ここで, 右辺の第 1 項は送信波の成分, 第 2 項は反射波の成分, 第 3 項の \cos 項は干渉によって生じた成分に対応する。干渉成分は周期関数であり, 干渉成分の周波数が静止体の位置 L に比例する。(2) を (4) に代入すれば, パワー v_C は以下で与えられる。

$$p(f, 0) = |A|^2 \left\{ 1 + \gamma^2 + 2\gamma \cos \left(\frac{4\pi L}{c} f + C_0 \right) \right\}, \quad (5)$$

ここで C_0 は干渉項での定数成分を表わす。

$p(f, 0)$ から定数成分を取り除いた信号の周波数領域でのパワー密度を距離スペクトルと呼ぶ。距離スペクトルは (5) の \cos の周波数に対応するピークを示し, 対象までの距離 L の情報を与える。

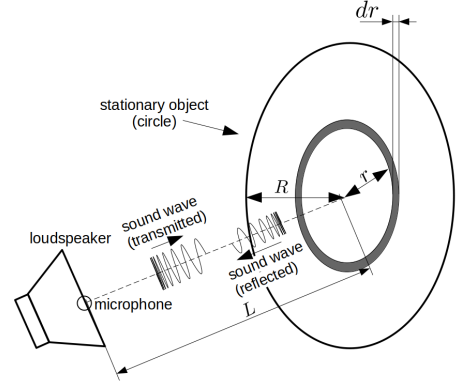


図 2: 円板からの反射

3 距離スペクトルを用いた物体形状推定

3.1 円板モデル

前節で考えた距離スペクトルによる物体検知は対象の最接近点での反射のみ, つまり物体を点として対象を捉えていた。実際の物体は空間的に広がりを持っており, 表面での反射の影響が距離スペクトルにも影響する。この影響を考察するため, 本節では物体の表面が簡単な円板でモデル化した場合で考察する。

Fig.2 に示す距離 L にある半径 R の円板に向け音波を送出し反射する場合を考える。簡単のため, 円板の中心を通り, 円板に垂直な直線上に音源と観測点があると仮定する。角周波数 ω の信号が半径 r , 幅 dr の円環で反射した際, $x=0$ での信号を $v_{Ref,r,\omega}(t, 0) dr$ と表せば

$$v_{Ref,r,\omega}(t, 0) dr = \gamma \sin \left(\omega \left(t - \frac{\sqrt{L^2 + r^2}}{c} \right) + \phi \right) \times \frac{L}{\sqrt{L^2 + r^2}} \frac{2\pi r}{\pi R^2} \frac{1}{\sqrt{L^2 + r^2}} dr. \quad (6)$$

と書ける。円板にわたって (6) の $v_{Ref,r,\omega}(t, 0) dr$ を積分すれば

$$v_{Ref,\omega}(t, 0) = \int_0^R v_{Ref,r,\omega}(t, 0) dr \quad (7)$$

$$= \frac{2\gamma L}{R^2} \{ C_1 \sin(\omega t - \phi) + C_2 \cos(\omega t - \phi) \},$$

となる。ここで

$$C_1 = \int_0^R \frac{r}{L^2 + r^2} \cos \left(\frac{\omega}{c} \sqrt{L^2 + r^2} \right) dr$$

$$= C_1 \left(\frac{\omega}{c} \sqrt{L^2 + R^2} \right) - C_1 \left(\frac{\omega}{c} L \right)$$

$$C_2 = S_1 \left(\frac{\omega}{c} \sqrt{L^2 + R^2} \right) - S_1 \left(\frac{\omega}{c} L \right).$$

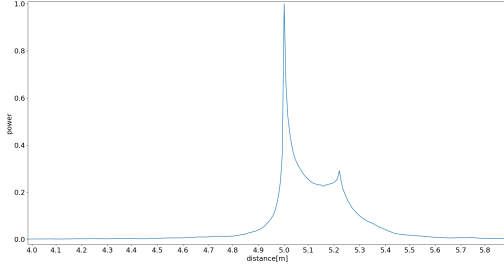


図3: 距離スペクトル (1.5m radius disk at 5.0m)

であり, $C_i(\cdot)$ と $S_i(\cdot)$ はそれぞれ余弦積分と正弦積分を表わす [8].

受信点での送信波 $\sin \omega t$ と反射波 $v_{\text{Ref}}(t)$ を合わせた信号のパワー $P(\omega)$ は,

$$\begin{aligned} p(\omega, 0) &= \left[1 + \frac{2\gamma L}{R^2} \{C_1 \cos \phi + C_2 \sin \phi\} \right]^2 \\ &\quad + \left[\frac{2\gamma L}{R^2} \{-C_1 \sin \phi + C_2 \cos \phi\} \right]^2 \\ &= 1 + \alpha^2 (C_1^2 + C_2^2) + 2\alpha (C_1 \cos \phi + C_2 \sin \phi), \end{aligned}$$

となる. ただし $\alpha = \frac{2\gamma L}{R^2}$.

$C_i(x)$ と $S_i(x)$ は $|x| \gg 1$ において

$$C_i(x) \approx \frac{\sin x}{x} - \frac{\cos x}{x^2}, \quad S_i(x) \approx \frac{\pi}{2} - \frac{\cos x}{x} - \frac{\sin x}{x^2}. \quad (8)$$

と近似できる [9]. $a = \frac{\sqrt{L^2 + R^2}}{c}$ と $b = \frac{L}{c}$ ($a > b$) とおき,

$$\begin{cases} C_1^2 + C_2^2 \approx 0 \\ C_1 \cos \phi + C_2 \sin \phi \approx \frac{\sin(a\omega - \phi)}{a\omega} - \frac{\sin(b\omega - \phi)}{b\omega}. \end{cases} \quad (9)$$

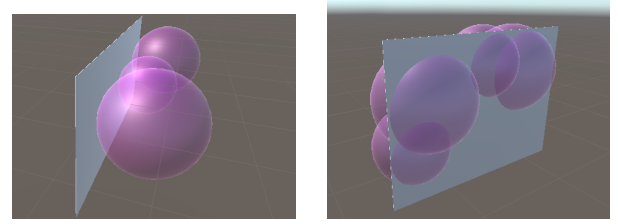
の近似から

$$p(\omega, 0) \approx 1 + 2\alpha \left(\frac{\sin(a\omega - \phi)}{a\omega} - \frac{\sin(b\omega - \phi)}{b\omega} \right). \quad (10)$$

という近似モデルを得る (詳細は付録参照).

(10) より $p(\omega, 0)$ はそれぞれ係数 a と b を持つ2つの sinc 関数で近似される. このことから距離スペクトルは a と b つまり円板の縁 (a) と距離 (b) に対応する点にピークを持つ.

この近似モデルの妥当性を確認するため, 簡単な音響シミュレーションの結果を示す. シミュレーションでは, 円板から $L = 5.0\text{m}$ 離れた点から半径 $R = 1.5\text{m}$ の円板に音波を放射し, 円板は $\gamma = 0.05$, $\phi = \pi\text{rad}$ の反射係数を持つものとする. この時の距離スペクトルを Fig. 3 に示す. 距離スペクトルは 5.0m と 5.22m にピークがあり, これらは円板までの距離と円板の縁までの距離 ($\sqrt{5.0^2 + 1.5^2} \approx 5.22$) に対応している. 詳細は割愛するが, 四角板での数値シミュレーションでも板までの距離と二辺に対応する3つのピークが確認されている.



(a) Tangent plane

(b) Intersecting spheres

図4: 距離スペクトルを半径に有する球の共通接平面

3.2 複数観測の統合による形状推定

1回の計測から求めた距離スペクトルより, 対象までの距離とその辺縁までの距離を推定出来る. 次に, 計測を複数地点で行い, 観測情報を統合することで対象物体の表面形状を推定する方法を考える.

3.2.1 表面検出

距離スペクトルの第1ピークは対象までの最短距離を与える. このことから, 対象物体の表面は各計測で得られる距離スペクトルの第1ピークで示される距離を半径に持つ球の共通接平面に含まれることになる (Fig. 4(a)).

この共通接平面は以下のようにして求められる. 球 i の中心と半径をそれぞれ O_i と r_i とし, 平面の単位法線ベクトルを n とする. 平面と中心の距離を d と表わすと以下の関係がある.

$$\|O_i - x\| = r_i, \quad (11)$$

$$n^T x + d = 0. \quad (12)$$

接点 x_i は (11) と (12) を満足するので, $\pm r_i + n^T O_i + d = 0$ が成立する. この関係を N 個の観測についてまとめると

$$\begin{bmatrix} O_1^T & 1 \\ O_2^T & 1 \\ \dots & \dots \\ O_N^T & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} n \\ d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \pm r_1 \\ \pm r_2 \\ \vdots \\ \pm r_N \end{bmatrix} = 0, \quad |n| = 1. \quad (13)$$

となる.

観測雑音などの影響で半径 r_i が正しく得られないことがあり, この結果 (13) は唯一解を持たない可能性がある. そこで, random sample consensus (RANSAC)[10] に倣って N 個の観測からランダムに選んだ観測情報を用いて (13) の部分問題を解き, それらのうちもっとも適合したものを (13) の解として採用する. また上式中の符号の組み合わせも, この過程で解消出来る. なお, 適合の程度には (13) の残差を用いることとした.

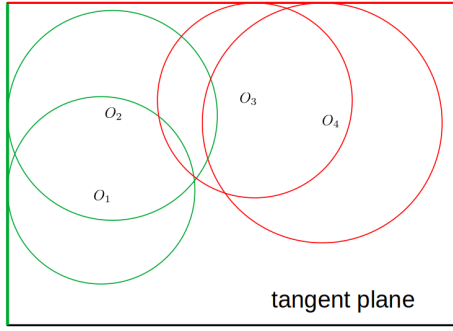


図 5: 接平面と球の交叉円の例

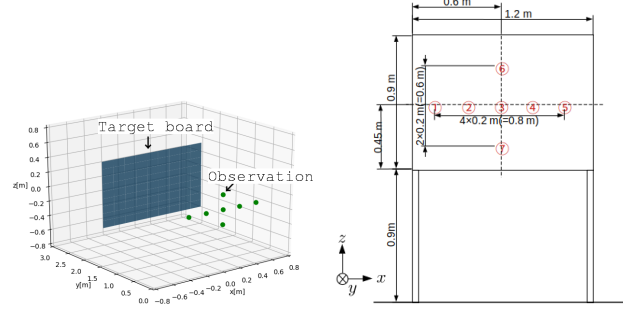


図 6: 対象 (板) と観測

3.2.2 辺の検出

Fig. 4(b) のように、距離スペクトルの第 2 ピーク以降に対応する長さを半径とする球が対象表面と交差する円を考えると、これらは上述の対象表面上の辺と接点を持つ (Fig. 5)。このことを利用して、本節では距離スペクトルの第 2 ピーク以降から対象物体表面の辺を推定する方法を考える。円と辺の接点は唯一に求められないので、この問題は単純には解くことはできないが、対象平面の辺が十分な数の複数の観測から得られる交叉円の共通接線として得られると期待することは妥当と考え、本論文ではある直線に対して交叉円の接線とみなせる頻度を解としての適合度とする方法を提案する。具体的には Hough 変換 [11] のアルゴリズムを利用した以下の方法による。

計測系の原点の垂線の足を接平面上の座標系の原点と考え、交叉円 i の中心を lO_i 、半径 lr_i とし、接平面上の接線の単位法線ベクトルを ln とする。考えている直線と接平面原点との距離を ld とすれば、接点の関係から ${}^ld = {}^lO_i^T {}^ln + {}^lr_i$ を得る。なお、 ln は接平面内の向き ($\xi \in [0, 2\pi\text{rad})$ とする) で特徴づけることが出来、 ${}^ln = {}^ln(\xi)$ と書けるので ${}^ld = {}^ld(\xi; {}^lO_i, {}^lr_i)$ と表わせる。

検出された交叉円の個数を M とし、 ξ と d について次の尤度関数を導入する。

$$l(\xi, d) = \sum_{i=1}^M \exp(-\beta(d - {}^ld(\xi; {}^lO_i, {}^lr_i))^2), \quad (14)$$

ここで β は適当な正定数である。 $l(\xi, d)$ のピークのうち閾値 l_{th} を越えたものを考え、これらのピークに対応する直線のパラメータ $\{(\xi, d) | l(\xi, d) \geq l_{th}, \text{grad}l(\xi, d) = 0\}$ を物体表面の辺を表わす直線の候補として扱うことにする。

得られた接線候補のうち実際の辺に対応する有効区間を特定するため、交叉円との接点を用いて次のように考える。 ξ_j と d_j を直線 j のパラメータとすると、交叉円 i との接点 ${}^lp_{i,j}$ は ${}^lp_{i,j} = {}^lO_i^T {}^ln^\perp(\xi_j) n^\perp(\xi_j) + d_j {}^ln(\xi_j)$ である。ここで ${}^ln^\perp$ は ln に直交する接平面上の単位ベ

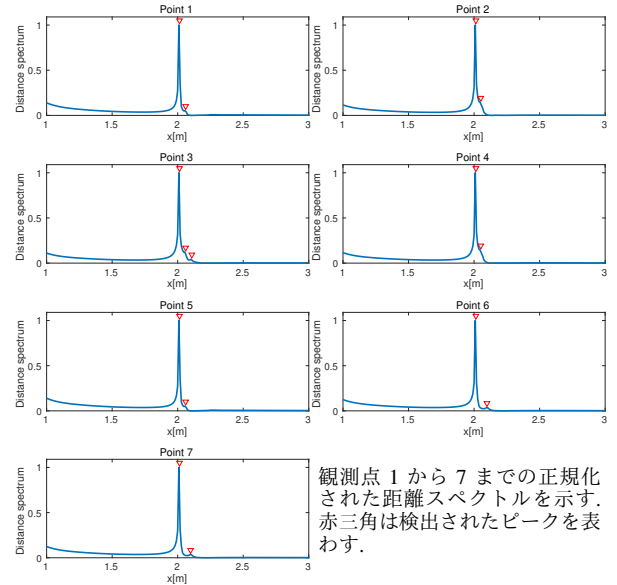


図 7: 距離スペクトル

クトルである。このようにして求めた接点のある区間近辺が対象表面の辺の存在する区間とみなす。

4 検証

4.1 数値シミュレーション

本節では音響シミュレーションによって提案法の有効性を検証する。対象物体は Fig. 6 に示す $1.2\text{m} \times 0.9\text{m}$ の板とし、 20kHz までの帯域を有するチャープ信号を送波子から発し、 48kHz サンプリングで音信号を収録する。送波子・受波子はともに対象物体から 2.0m の同じ位置にあり、図に示すように 7 点での計測を行う。なお、距離スペクトルのピーク検出には、最大ピーク (第 1 ピーク) 以降の変曲点を用いて極値を探索する方法とした。

検出された距離スペクトルを Fig. 7 に示す。図から第 1 ピークが対象までの距離に対応している検出され

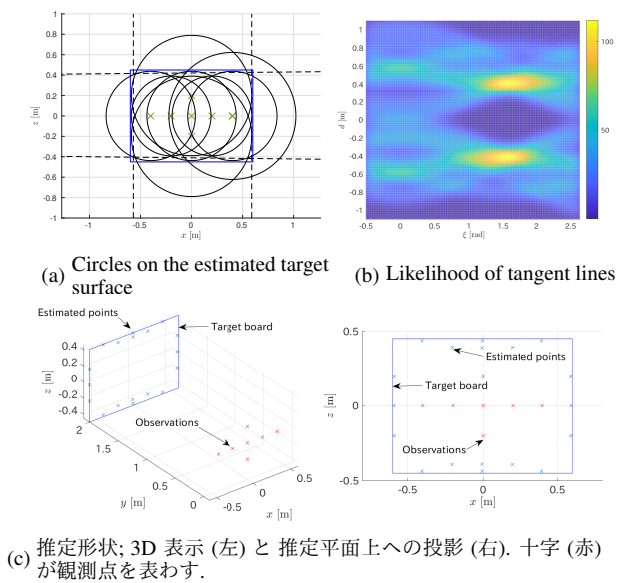


図 8: 物体推定

ており、それに続いて辺に対応するピークが得られていることが分かる。

3.1 節の手法を適用し、距離スペクトルの第 1 ピークより対象とする板を含む平面を推定したところ

$$(0.000, 1.000, 0.000)x - 2.014 = 0$$

を得た。さらに、この平面情報を用いて複数観測を 3.2 節の方法によって統合し、交叉円 (Fig. 8(a)) の共通接線の尤度 (14) を求めた (Fig. 8(b))。続いて、尤度の高い接線 (Fig. 8(a) 中の点線) を抽出し、交叉円との接点を求めた (Fig. 8(c) 中の十字)。これらの図より、提案法が対象の板の辺上の点を検出していることが分かる。推定された 18 点と辺との距離を誤差として求めたところ、平均誤差は 0.0417m でその標準偏差は 0.0301m であった。

より現実的な状況を想定し、測定信号に雑音として一様乱数を加法的に観測信号に重畳した状況でのシミュレーションも行った。あわせて同期加算による雑音抑制機能も導入した。

推定性能の評価として、推定された対象平面の法線ベクトルの余弦距離と平面と原点との距離の推定誤差を用いた (Fig. 9(a))。Signal-to-noise ratio (SNR) が 14dB より良い条件では法線方向を精度良く推定出来ていることを示唆している。SNR が 14dB 未満となると、いくつかの第 1 ピークが誤った距離に表れるようになり、対象表面の法線推定の失敗を引き起こしている。

平面法線が正しく推定できた場合を対象に形状推定誤差を求めた結果を Fig. 9(b) に示す。このことから、対象平面の法線が求まる範囲では、対象の形状も適切に推定できていることが分かる。

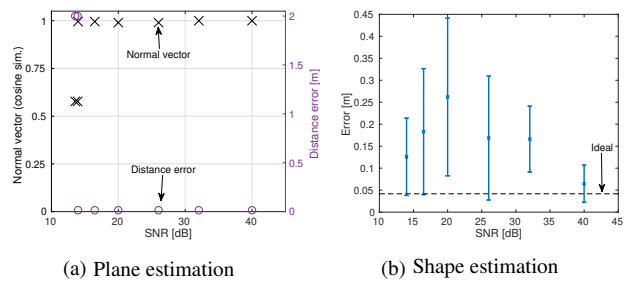


図 9: 推定性能

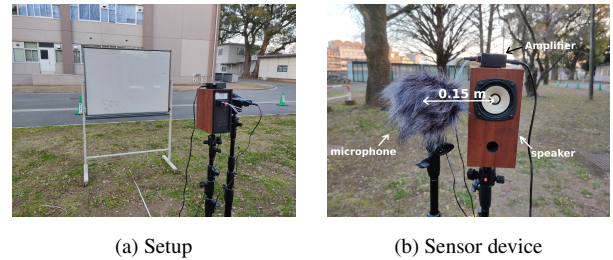


図 10: 実験環境

4.2 実験

次に提案法の実現可能性を検証するために実験を行った。対象物体はシミュレーションと同じ大きさの板を用いた (実験風景を Fig. 10 に示す)。スピーカでチャープ信号を送出し、携帯型レコーダ (Zoom, H4n Pro) で音信号を収録した。スピーカ・マイク間の距離は 0.15m となるよう設置した (Fig. 10(b))。このスピーカ・マイクの組を用いて複数地点で計測を行い、提案法を適用した。環境中の騒音に対応するため、各地点で 100 回の計測信号を同期加算した。

実験で得られた距離スペクトルを Fig. 11 に示す。推定された平面は

$$(0.1408, 0.9889, -0.0469)x - 2.009 = 0$$

であり平面の法線ベクトルの真値との余弦距離は 0.9889、推定距離 d の誤差は 0.009m であった。また、対象表面の辺として推定された点 (Fig. 12) と辺からの平均誤差、標準偏差はそれぞれ 0.1009m と 0.0647m であった。横辺を適切に推定できなかったものの、上下の辺は良く推定できており、その辺の範囲 (x の線分長さ) は実際の対象板に相当するものであった。

4.3 考察

シミュレーションならびに実験より、複数地点で計測した距離スペクトルを統合し対象物体表面の形状を求める方法は距離スペクトルの第 1 ピークがある程度良く推定できれば対象表面が精度よく求められること、な

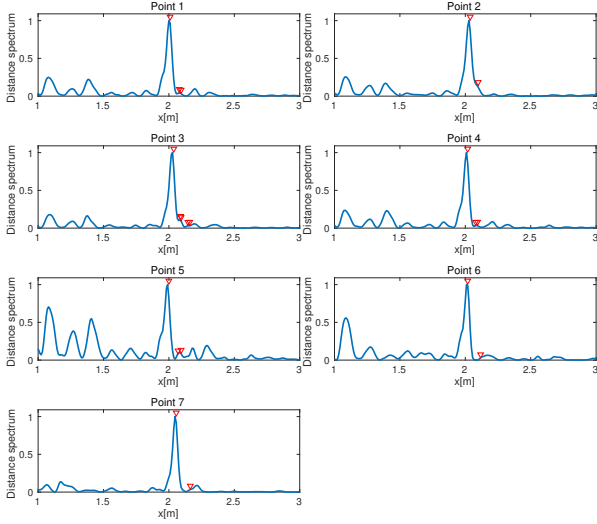


図 11: 距離スペクトル

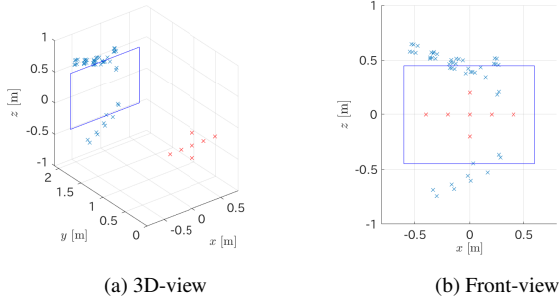


図 12: 推定された物体形状

らびに平面が適切に推定されればある程度対象物体表面の周辺形状を推定できることが示された. 一方, 雑音に対しては敏感で同期加算等の音響信号処理によって雑音の影響を低減させることが必要である.

Uebo[4]によれば距離スペクトルの最小分解能は $\frac{c}{2f_w}$ なので, ピーク検出アルゴリズムを考えれば対象までの距離の分解能は $d_{res} = 2\frac{c}{2f_w}$ となる. 従って, 距離 L にある物体表面の辺までの最小距離が q の場合, 距離スペクトルの L と $\sqrt{L^2 + q^2}$ にある二つのピークがこの分解能で検出されるためには $\sqrt{L^2 + q^2} - L > d_{res}$ を満足しなければならない. 可聴域の帯域がおおよそ 20kHz であることから, d_{res} はおおよそ $8.5 \times 10^{-3} \text{m}$ 以上である. 例えば $L = 2\text{m}$ の距離にある物体の場合なら, q は 0.262m より大きいことが求められ, 今回の実験で対象とした物体はその条件を満足していた. 提案手法はより大きな対象については有効と期待されるが, そのような大きな対象物体については音響系の指向性の影響も考慮することになるだろう.

5 結言

本論文では, 距離スペクトルの複数のピークが対象物体までの距離だけでなく, その表面形状の情報を含むことを示し, この情報を取り出して形状推定を行う一つの方法を提案した. 数値シミュレーションによって提案手法の妥当性を示すとともに, 実験においてある程度の対象の形状を推測できることを確認した.

雑音下での距離スペクトルのロバストな算出法とこのような不確かさを含む距離スペクトルから対象の特徴に対応するピークを検出する方法についてはより詳細な検討が必要である. また, 室内のように複雑で多くの反射を含む環境への拡張は将来の課題の一つである.

本研究は科学研究費補助金 19H00750 の支援を受けたものです.

付録

余弦積分と正弦積分の級数展開による近似 $\overline{C}_i(x)$ と $\overline{S}_i(x)$ を考える.

$$\overline{C}_i(x) = \frac{\sin x}{x} - \frac{\cos x}{x^2}, \quad \overline{S}_i(x) = \frac{\pi}{2} - \frac{\cos x}{x} - \frac{\sin x}{x^2}.$$

従って

$$\begin{aligned} \overline{C}_i^2(x) + \overline{S}_i^2(x) &= \frac{\pi^2}{4} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} - \pi \left(\frac{\cos x}{x} + \frac{\sin x}{x^2} \right) \\ \overline{C}_i(x)\overline{C}_i(y) + \overline{S}_i(x)\overline{S}_i(y) &= \frac{\pi^2}{4} \\ &\quad - \frac{\pi}{2} \left(\frac{\cos y}{y} + \frac{\sin y}{y^2} + \frac{\cos x}{x} + \frac{\sin x}{x^2} \right). \end{aligned}$$

である. これから

$$\begin{aligned} C_1^2 + C_2^2 &\approx \frac{1}{(a\omega)^2} + \frac{1}{(b\omega)^2} + \frac{1}{(a\omega)^4} + \frac{1}{(b\omega)^4} \\ &\quad - \frac{2}{ab\omega^2} \sqrt{1 + \frac{a^2 + b^2}{(ab\omega)^2} + \frac{1}{(ab\omega)^2 \omega^2}} \sin((b-a)\omega + \phi_0) \\ &\quad \left(\tan \phi_0 = \frac{1 + \frac{1}{ab\omega^2}}{\frac{1}{\omega} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right)} = \frac{ab\omega^2 + 1}{(b-a)\omega} \right) \end{aligned}$$

であり

$$C_1 \cos \phi + C_2 \sin \phi \approx \frac{\sin(a\omega - \phi)}{a\omega} - \frac{\sin(b\omega - \phi)}{b\omega} - \frac{\cos(a\omega - \phi)}{(a\omega)^2} + \frac{\cos(b\omega - \phi)}{(b\omega)^2}.$$

となる. 十分に大きな ω では, $\frac{1}{\omega^2} \ll 1$ となるため (9) が得られる.

参考文献

- [1] A.J. Kolarik, et al, “A Summary of Research Investigating Echolocation Abilities of Blind and Sighted Humans,” *Hearing Research* 310, pp.60-68, 2014.
- [2] D. Pelegrin-Garcia, et al., “Localization of a Virtual Wall by Means of Active Echolocation by Untrained Sighted Persons,” *Applied Acoustics* 139, pp.82-92, 2018.
- [3] L. Thaler, et al., “Human Echolocators Adjust Loudness and Number of Clicks for Detection of Reflectors at Various Azimuth Angles,” *Proc. R. Soc. B*, 285.1873, 2018.
- [4] T. Uebo, N. Nakasako, N. Ohmata and A. Mori, “Distance Measurement based on Standing Wave for Band-limited Audible Sound with Random Phase,” *Acoustical Science and Technology*, **30**(1), pp. 18-24, 2009.
- [5] 岸波華彦, 糸山克寿, 西田健次, 中臺一博, 重み付け尤度関数と定在波を用いた可聴音による二次元環境認識, *日本ロボット学会誌*, **39**-3, pp.271-274, 2021.
- [6] 高尾麻衣子, 干場功太郎, 中臺一博, 可聴音を用いた周波数選択に基づく距離推定法の実環境利用に向けた評価, 第 49 回人工知能学会 AI チャレンジ研究会予稿集, pp.29-34, 2017.
- [7] P. P. Smith, “Active Sensors for Local Planning in Mobile Robotics,” *World Scientific Series in Robotics and Intelligent Systems: Vol. 26*, World Scientific, 2001.
- [8] W.E. Weisstein, “Sine Integral,” *Wolfram Web Resource*, <https://mathworld.wolfram.com/SineIntegral.html>. (閲覧 2021/02/25)
- [9] J. R. Airey, “The converging factor in asymptotic series and the calculation of Bessel, laguerre and other functions,” *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science* 24.162, pp.522-553, 1937.
- [10] M. A. Fischler and R. C. Bolles, “Random Sample Consensus: A Paradigm for Model Fitting with Applications to Image Analysis and Automated Cartography,” *Communication of ACM*, 24 (6), pp. 381-395, 1981.
- [11] P.V.C. Hough, “Method and Means for Recognizing Complex Patterns,” *US Patent US3069654A*, 1962.