

奥乃 博 (okuno@i.kyoto-u.ac.jp)

OHP : <http://winnie.kuis.kyoto-u.ac.jp/~okuno/Lecture/03/AI/>

1. 充足可能性 (Satisfiability, SAT)
2. 制約充足問題 (Constraint Satisfaction Problem, CSP)
3. DIMACS (dimacs.rutgers.edu) の SAT/CSP 問題
4. 課題の報告と議論 (ここでも点をつけます)

【参考書】 Rich & Knight: *Artificial Intelligence*, 2nd ed., McGraw-Hill.

【参考書】 西田 豊明 著 『人工知能の基礎』, 丸善, 1999.

第 3 章「制約充足」 (pp.41-64)

【参考書】 石塚 満 著 『知識の表現と高速推論』, 丸善

第 5.1 章「制約充足問題」 (pp.103-114), 1996.

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 9, 2003 Lecture 1-1

講義・演習予定

4/9 講義の概要と予備知識. 充足可能性 (SAT)

4/16 David-Putnum 法

4/23 GSAT

4/30 プログラム演習 (休講) 課題 (1) : Davis-Putnum 法 及び GSAT

5/7 ソフトウェアエージェント (角助教授)

5/14 知識表現 (角助教授)

5/21 プラニング (角助教授)

5/28 マルチエージェント (角助教授)

6/4 プログラム演習 (休講)

課題 (2) : ソフトウェアエージェントシステム構築

6/11 局所整合性 (Local Consistency)

6/18 後ろ戻り (Backtracking) 探索アルゴリズム

6/25 休講

7/2 問題解決システムと推論エンジン

7/9 真偽維持システム

課題 (3) : AIシステムの応用についてのレポート (仮)

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 9, 2003 Lecture 1-2

充足可能性 (SAT)

- 命題変数集合 V 上の節集合 Σ (式, formula)

- は *true* (1) か *false* (0) が割当て

- は変数かその否定

- はリテラルの

- : Σ 中のすべての節 (式) を満足するような, V 中の変数に対する真偽値割当てはあるか?

1. $\Sigma = \{\{x_1, \neg x_2, \neg x_4\}, \{\neg x_1, x_3, \neg x_4\}, \{x_2, \neg x_3, x_4\}, \{\neg x_2, \neg x_3\}\}$

$$(x_1 \vee \neg x_2 \vee \neg x_4) \wedge (\neg x_1 \vee x_3 \vee \neg x_4) \wedge (x_2 \vee \neg x_3 \vee x_4) \wedge (\neg x_2 \vee \neg x_3)$$

2. $\Sigma = \{\neg x_1, x_3, x_4\}, \{\neg x_1, \neg x_3\}, \{x_1, \neg x_2\}, \{x_3, \neg x_4\}, \{x_1, x_4\}, \{x_2, x_4\}\}$

$$F = (\neg x_1 \vee x_3 \vee x_4) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_3) \wedge (x_1 \vee \neg x_2) \wedge (x_3 \vee \neg x_4) \wedge (x_1 \vee x_4) \wedge (x_2 \vee x_4)$$

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 9, 2003 Lecture 1-3

SAT の平均的解析

- SAT は

⇒ 解を見つけられなくても我慢する?

⇒ 最悪の場合の解析は不適切では? 平均的な計算量は?

- Goldeberg の実験: SAT は **平均的には**

- 「平均的な場合」の計算量: が重要.

Goldeberg の実験: 易しい問題に分布が偏っていた.

- 2つのモデル

1.

2.

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 9, 2003 Lecture 1-4

定数密度モデル (Constant Density Model)

- — N 変数上の M 個の節
- 各節の作り方 — 変数を確率 P で含み, 正負の確率は 50%. ただし, 空節 (empty clause) や単一節 (unit clause) は含まない.
- ランダム P-SAT 問題の大部分は, 理論解析および実験から計算量的にやさしいことが分かっている.

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 9, 2003 Lecture 1-5

固定節長モデル (Fixed Clause Length Model)

- — N 変数上の M 個の節, 各節は, K 個だけのリテラルだけを含む.
- 各節の作り方 — N 個の変数から K 個の異なる変数をランダムに選ぶ. 正負の確率は 50%.
- 3-SAT (3-Satisfiability problem)
 - すべての K -SAT は 3-SAT に変換できる.
 - 1971 に が であることが直接証明.

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 9, 2003 Lecture 1-6

Davis-Putnum 法 — function $DP(\Sigma, V)$

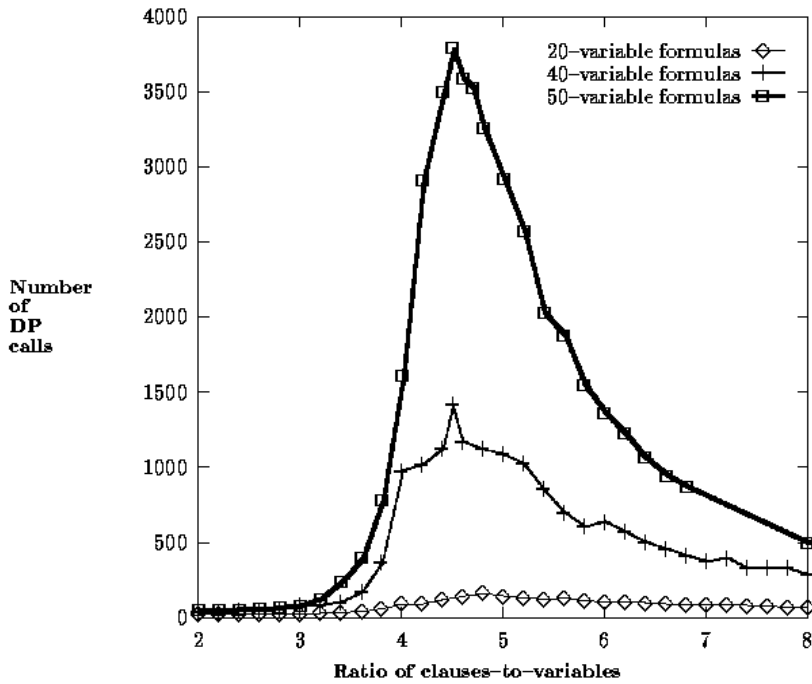
1. : トートロジーを含む節を除去
2. Σ が空集合なら,
3. Σ が空節を含むと,
4. : Σ が単一節を含むと, そのリテラルの真偽値を決め, Σ 中の各節を簡略化し, DP を適用.
5. : リテラル L が純粹 (Σ 中のどの節にも $\neg L$ が現れない) なら, そのリテラルを含む節を Σ からすべて除き, DP を適用.
6. : V 中の値の定まっていない変数の 1 つを v とすると, **return** $DP(\Sigma \cup \{v\}, V)$ **or** $DP(\Sigma \cup \{\neg v\}, V)$

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 9, 2003 Lecture 1-7

Davis-Putnum 法の例

$$V = \{x, y, z\} \quad \Sigma = \{\{\neg x, y, z\}, \{\neg x, \neg y, z\}, \{\neg x, \neg z\}\}$$

ランダム 3-SAT に対する DP 呼び出しの回数 (中間値)

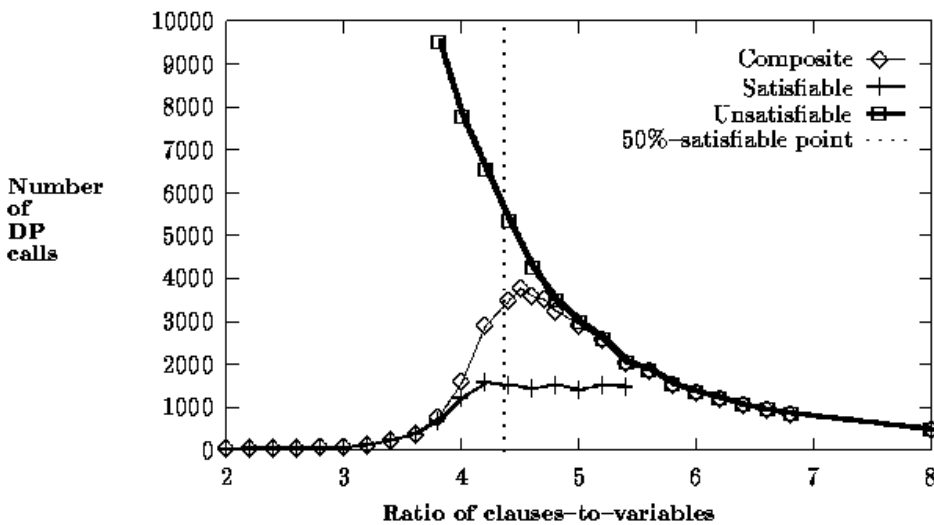


「節中の変数の平均個数」で測った DP 呼び出し回数

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 9, 2003 Lecture 1-9

50 変数の場合のデータを充足性の側面から整理してみると

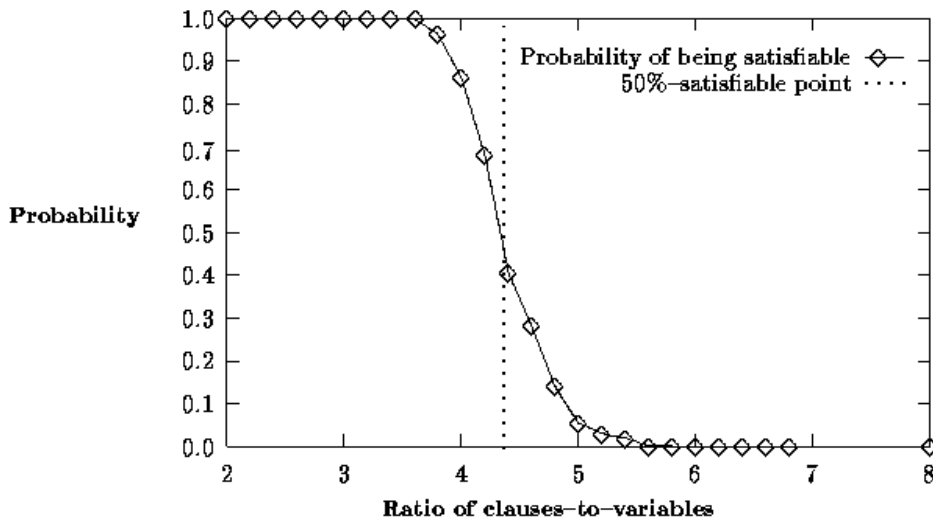
1. 充足可能な場合.
2. 充足不能な場合



DP 呼び出しの回数のピーク

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 9, 2003 Lecture 1-10

充足可能性の状態遷移



1. 「節中の変数の平均個数」が 4 ~ 5 で、充足可能から充足不能へと急激に変化する。
2. 「節中の変数の平均個数」が 4.3 で 50% 充足可能

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 9, 2003 Lecture 1-11

参考文献

<http://winnie.kuis.kyoto-u.ac.jp/~okuno/Lecture/02/AI/>にあり.

1. Selman, B., *et al*: **A New Method for Solving Hard Satisfiability Problems.** *Proc. of AAAI-92.*
2. Selman, B., *et al*: **Generating Hard Satisfiability Problems.** *Artificial Intelligence Vol.81, 17-29.*
3. <ftp://dimacs.rutgers.edu/pub/challenge/satisfiability/>
4. <http://www.dimacs.rutgers.edu/>