

1. Davis-Putum 法の洗練化
2. **課題 1** 締切 5 月 30 日 (金) 15:00. 事務室
3. GSAT (Greedy SAT)
4. **課題 2** 締切 5 月 30 日 (金) 15:00. 事務室
5. プログラムリストを提出すること.
6. 考察を必ず書くこと .
7. gnuplot や Excel などを使って, グラフで結果を表示.

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 16, 2003 Lecture 2-1

Davis-Putum 法 — function $DP(\Sigma, V)$

1. **トートロジー規則**: トートロジーを含む節を除去
2. Σ が空集合なら, 充足可能 (*satisfiable*)
3. Σ が空節を含むと, 充足不能 (*unsatisfiable*)
4. **1 リテラル規則**: Σ が単一節を含むと, そのリテラルの真偽値を決め, Σ 中の各節を簡略化し, DP を適用.
5. **純粹リテラル規則**: リテラル L が純粹 (Σ 中のどの節にも $\neg L$ が現れない) なら, そのリテラルを含む節を Σ からすべて除き, DP を適用.
6. **分割規則**: V 中の値の定まっていない変数の 1 つを v とすると, **return** $DP(\Sigma \cup \{v\}, V)$ **or** $DP(\Sigma \cup \{\neg v\}, V)$

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 16, 2003 Lecture 2-2

分割規則での変数選択ヒューリスティクス

Key Idea 単一節伝播 (*Unit propagation*, 「1リテラル規則」の適用) をできるだけ多く引き起こすような変数を優先する.

1. 変数を *true* にしたときに生じる単一節伝播の数と, *false* にしたときに生じる単一節伝播の数を見積もる.
2. この2つの見積り値を組み合わせてその変数のスコアとする.
3. スコア最大の変数を選択する

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 16, 2003 Lecture 2-3

MOM ヒューリスティクス

1. Maximum Occurrence in clauses of Minimum length

2. 各変数 x に対して, 2つのデータを管理

- $pc(x)$: x が正で出現する2つ組み節の個数
- $nc(x)$: x が負で出現する2つ組み節の個数

3. nc と pc とを組み合わせて変数をスコアつける

例:

- $score(x) = pc(x) \times nc(x) \times 1024 + pc(x) + nc(x) + 1$

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 16, 2003 Lecture 2-4

単一節伝播ヒューリスティクス

1. 各変数 x に対して,

- $upT(x)$: x に *true* を割り当てた結果生ずる単一節伝播の実際の個数.
- $upF(x)$: x に *false* を割り当てた結果生ずる単一節伝播の実際の個数.

2. upT と upF とを組み合わせて変数をスコアつける

例 :

- $score(x) = upT(x) \times upF(x) \times 1024 + upT(x) + upF(x) + 1$

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 16, 2003 Lecture 2-5

組み合わせたヒューリスティクス

1. MOM ヒューリスティクスを用いて, 変数に順序つける.

2. 上位 k 位までの変数に対して, 単一節伝播ヒューリスティクスを適用.

3. [Chu Min Li & Anbulagan, IJCAI-97]

Heuristics Based on Unit Propagation for Satisfiability Problems, pp.366–371

- **CNF (Conjunctive Normal Form, 和積標準形)**

<http://winnie.kuis.kyoto-u.ac.jp/~okuno/Lecture/02/AI/satformat.tex>

- **DIMACS 問題集の中身**

<http://winnie.kuis.kyoto-u.ac.jp/~okuno/Lecture/02/AI/contents.tex>

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 16, 2003 Lecture 2-6

課題 1**Davis-Putnum 法の変数選択ヒューリスティクス**

1. 3 つのヒューリスティクスを詳細設計し, 比較評価を行う.
2. 難しい random 3-SAT (節 / 変数 比が 4.25 ~ 4.3) で評価. 同じ変数の個数に対して 100 題解くこと.
論理式の表現方法は DIMACS の CNF 法に従うこと.
3. 評価方法 1 : 10 分間で解ける問題の変数の最大個数は?
4. 評価方法 2 : DIMACS 問題集から最低 10 題解く .
<ftp://dimacs.rutgers.edu/pub/challenge/sat/benchmarks/cnf/>
5. レポート提出 **5/30 (金) 15 時 00 分**.
アルゴリズム記述, 問題の記述. 実験結果, **評価**を書く . グラフや表を使うことは必須 . プログラムは付録に.

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 16, 2003 Lecture 2-7

Greedy local search — 手続き GenSAT(Σ)

```
procedure GenSAT( $\Sigma$ )
  for  $i = 1$  to MAX-TRIES
     $T = initial(\Sigma)$ 
    for  $j = 1$  to MAX-FLIPS
      if  $T$  satisfies  $\Sigma$  then return  $T$ 
      else  $Poss-flips = hill-climb(\Sigma, T)$ 
            $V = pick(Poss-flips)$ 
            $T = T$  with  $V$ 's assignment flipped
    endif
  endfor
  return "No satisfying assignment found"
end GenSAT
```

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 16, 2003 Lecture 2-8

GSAT とは

1. *initial*: ランダムに生成した真偽値の割り当て
2. *hill-climb*: その真偽値を変化 (**flip**) させたときに満足する節の数の増分を最大にする変数を返す.
 - そのような増分を変数の**スコア**と呼ぶ.
 - 最大増加が 0 「*sideways moves*」
 - 最大増加が負 「*uphill moves*」
3. *pick*: 変数の一つをランダムに選ぶ.

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 16, 2003 Lecture 2-9

GSAT の性能 [Selman AAAI-92 表 1]

論理式		GSAT			Davis-Putnum 法		
変数	節	MAX-FLIPS	tries	時間	choices	深さ	時間
50	215	250	6.4	0.4s	77	11	1.4s
70	301	350	11.4	0.9s	42	15	15s
100	430	500	42.5	6s	8.4×10^3	19	2.8m
120	516	600	81.6	14s	0.5×10^6	22	18m
140	602	700	52.6	14s	2.2×10^6	27	4.7h
150	645	1500	100.5	45s	—	—	—
200	860	2000	248.5	2.8m	—	—	—
250	1062	2500	268.6	4.1m	—	—	—
300	1275	6000	231.8	12m	—	—	—
400	1700	8000	440.9	34m	—	—	—
500	2150	10000	995.8	1.6h	—	—	—

難しい random 3-SAT (節 / 変数 比が 4.25 ~ 4.3)

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 16, 2003 Lecture 2-10

Sideways Moves [Selman AAI-92, 表 4]

問題	no sideway moves			all moves		
	%-solved	tries	時間	%-solved	tries	時間
1	69%	537	10s	100%	6	1.4s
2	39%	63,382	15m	100%	81	2.8m
3	100%	50,000	30h	100%	1	2.5s

問題	タイプ	変数の数	節の数	MAX-TRIES
1	random	50	215	1000
2	random	100	430	100,000
3	30-queens	900	43240	100,000

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 16, 2003 Lecture 2-11

GSAT の変種

1. hill-climbing 技法 [Gent and Walsh 1993]

充足節の数に関する hill-climbing

flip による局所探索

GSAT \equiv a greedy random hill-climbing

2. GSAT で greediness は重要か

3. GSAT で randomness は重要か

- 選択すべき変数を選ぶ時
- 毎回の試行での初期割当

4. 記憶 (memory) は役立つか

\Rightarrow 2 ~ 4 を GenSAT の変種を構築し, 検証

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 16, 2003 Lecture 2-12

Greediness

- 変数選択での greediness
 - **TSAT** :
 1. スコアを**最小**に増加させる変数を返す
 2. スコアを増加させる変数がない時には, **sideways moves** をすべて返す
 3. **sideways moves** がない時には全 **moves** を返す
 - **TSAT** の性能は **GSAT** と同等.
 - *hill-climbing* は重要
- 初期割当での greediness
影響なし

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 16, 2003 Lecture 2-13

Randomness

- 変数選択での randomness
 1. **DSAT**: 同程度によい変数の選択 — **決定的かつ公平に** 循環的に変数を選択していく
 2. **DSAT** の性能は **GSAT** よりもよい.
 3. ただし, **公平さ** が課題
- 初期割当での randomness
 1. **VSAT**: 初期割当を決定的に行うが, 後続の試行では偏差を最大に. e.g., 全部 0 \Rightarrow 全部 1 \Rightarrow 半分 0 \Rightarrow ...
 2. **VSAT** の性能は **GSAT** と同程度
 3. ただし, 後続の試行での**偏差**が課題

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 16, 2003 Lecture 2-14

記憶 (Memory), Max-flips 対 Max-tries

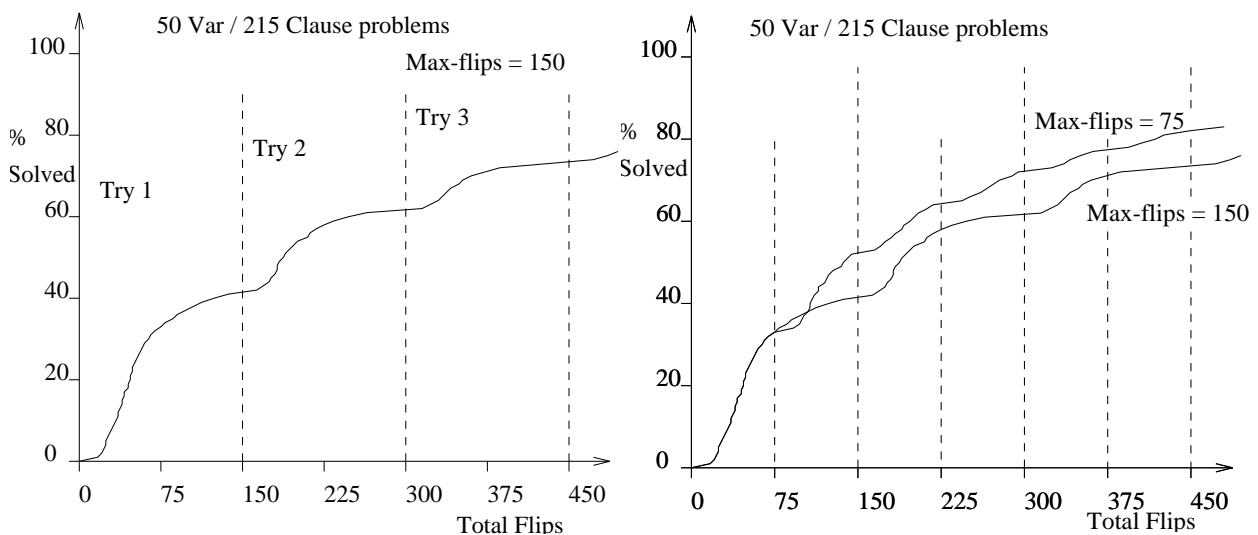
1. **HSAT**: 同じ試行で flip されたことのある変数のうち最も古いものを取り上げる
2. **HSAT** の性能は **GSAT** や **DSAT** よりもずっといい。

Max-flips 対 Max-tries

- **Max-flips** 大 \implies 1 回の試行で解ける確率 増加
 \implies 単位時間内に解ける確率 低下
- **random 3-SAT** (N 変数)
0.25 N flips で 充足節の割合: 87.5% ($\frac{7}{8}$) から 97% へ

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 16, 2003 Lecture 2-15

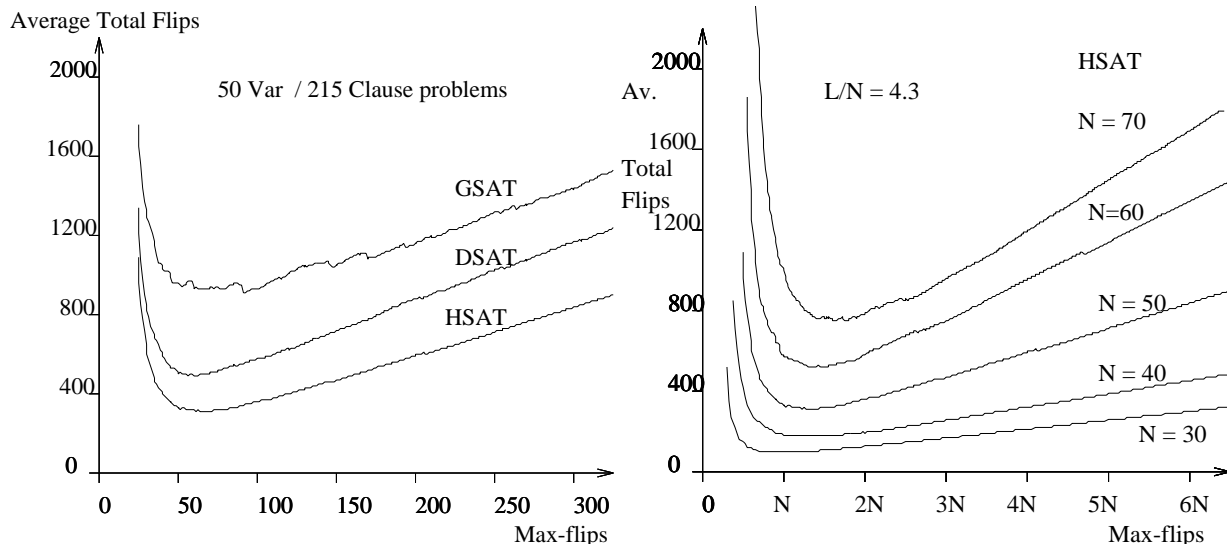
Max-flips 対 Max-tries: 正解率と flip の全回数



[Gent and Walsh, AAAI-93]

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 16, 2003 Lecture 2-16

Max-flips 対 Max-tries : Max-flips の最適値



[Gent and Walsh, AAAI-93]

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 16, 2003 Lecture 2-17

Random Walk を用いた GSAT

1. 確率 p , 充足されていない節の一つに現れる変数を取り上げ, その真偽値を flip
2. 確率 $1 - p$, **GSAT** の標準手続きに従う.
i.e., もっともよい局所的な変更を行う.

Noise strategy

1. 確率 p , 任意の変数を取り上げ, その真偽値を flip
2. 確率 $1 - p$, **GSAT** の標準手続きに従う.
i.e., もっともよい局所的な変更を行う.

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 16, 2003 Lecture 2-18

雑音のある戦略の比較 [Selman, Kautz, and Cohen 1994]

式	basic GSAT			GSAT with random walk			GSAT with noise		
	時間	flips	R	時間	flips	R	時間	flips	R
1	.4	7554	8.3	.2	2385	1.0	.6	9975	4.0
2	22	284693	143	4	27654	1.0	47	396534	6.7
3	122	2.6×10^6	67	7	59744	1.1	95	892048	6.3
4	1471	30×10^6	500	35	241651	1.0	929	7.8×10^6	20
5	*	*	*	286	1.8×10^6	1.1	*	*	*
6	*	*	*	1095	5.8×10^6	1.2	*	*	*
7	*	*	*	3255	23×10^6	1.1	*	*	*

R : Restart の回数, * : 10 時間 / 1000restart で解求まらず

論理式	1	2	3	4	5	6	7
変数の個数	100	200	400	600	800	1000	2000
節の個数	430	860	1700	2550	3400	4250	8480

Comparing noise strategies on hard random 3CNF instances.

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 16, 2003 Lecture 2-19

WalkSAT

- *initial* : GSAT と同じ. ランダムな割り当て
- *hill-climb* :
 - 充足不能節を取り上げる
 - 確率 p で, **break count** を最小にする変数を返す
break count : flip で充足不能となる節の数
 - 確率 $1 - p$ で, 節中のすべての変数を返す
- *pick* : GSAT と同じ. ランダムに選ぶ
- p の調整が重要. 0.5 でもうまく行くことが多い.
- *Max-Flips* は通常 $O(N^2)$, *Max-tries* は通常 10 ~ 20

「人工知能特論」, 京都大学大学院情報学研究科知能情報学専攻, Apr. 16, 2003 Lecture 2-20

1. GSAT を設計.
2. GSAT の変種 — HSAT, GSAT with random walk, Walk-SAT — を比較・評価
3. 難しい random 3-SAT (節 / 変数 比が 4.25 ~ 4.3) で評価. 同じ変数の個数に対して 100 題解くこと.
4. 評価方法 1 : 10 分間で解ける問題の変数の最大個数は?
5. 評価方法 2 : DIMACS 問題集から最低 10 題解く .
<ftp://dimacs.rutgers.edu/pub/challenge/sat/benchmarks/cnf/>
6. レポート提出 5/30 (金) 15 時 00 分.
アルゴリズム記述, 問題の記述. 実験結果, 評価を書く .

「人工知能特論」 京都大学大学院情報学専攻 情報科学専攻 (Apr. 2003)