

## 数学科・計算機入門「Mathematica」課題

Dec. 13, 1999, 奥乃, okuno@is.noda.sut.ac.jp, <http://csai03.is.noda.sut.ac.jp/>

次の課題を行い、所定の形式にて、レポートを提出せよ。

締切：2000年1月18日(火曜日)10時30分。

提出先：情報科学科事務室前レポート提出ポスト「Mathamatica」(6号館3階)

Tour/Demo で Mathematica を自習した後、下記の問題に取り組みなさい

mathematica ~okuno/Mathematica/Tour.nb で起動。

### 参考 — 便利なコマンド

/.emacs に「(setq blink-matching-paren t)」を挿入。

/.cshrc に「alias tdir 'ls -lt」を挿入。

### 課題 1 因数分解 — Factor, FactorInteger, Table 等を利用せよ

- 1 多項式  $x^{10} - 1$  を因数分解せよ。
- 2 多項式  $x^n - 1$  の因数分解について、 $n = 1$  から 10 までの表を作成せよ。(Table を利用。課題 7 を参照)
- 3 236789456789432678 を素因数分解せよ。

### 課題 2 三角恒等式を証明せよ — ヒント：両辺の差を計算せよ

- 1  $\frac{1 - \cos 2t}{1 + \cos 2t} = \tan^2 t$
- 2  $(\csc t + \cot t)^2 = \frac{1 + \cos t}{1 - \cos t}$
- 3  $\frac{\cos^3 t + \sin^3 t}{\cos t + \sin t} = 1 - \sin t \cos t$

### 課題 3 不定積分を計算、微分して答の検算をせよ — Simplify, Factor, Together 等を利用せよ

- 1  $\int \frac{x^2 + 5}{x^5 + x^4 - x - 1} dx$
- 2  $\int \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x^6} dx$
- 3  $x^{10} \cos(x^5 \log(x))$  を微分し、その結果を積分せよ。

### 課題 4 数値計算による方程式の解法

$\sin e^x - \frac{2}{5}x = 0$  をグラフを描き、根の概その値を求め、FindRoot (ニュートン法) で数値解を求めよ。

### 課題 5 パスカルの三角形

```
pascalTriangleRow[n_] := Binomial[n, Range[0, n]]
pascalTriangle[n_] :=
  TableForm [ pascalTriangleRow[Range[0, n]],
    TableAlignments -> Center,
    TableSpacing -> {1,1}]
```

を用いて、パスカルの三角形を第 10 列まで表示せよ。

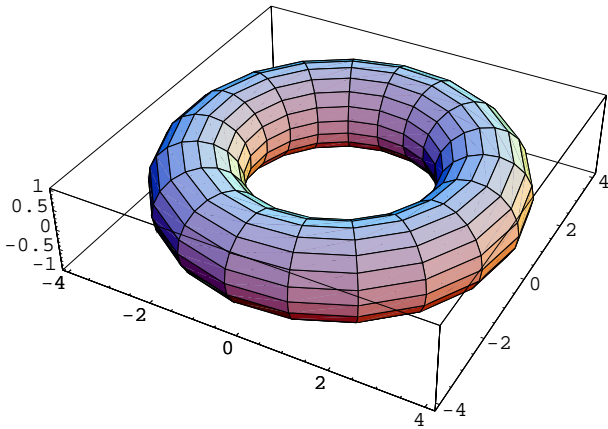


図 1: Torus

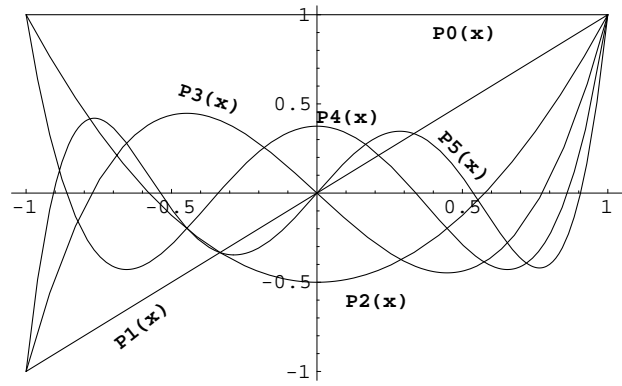


図 2: 0 次から 5 次までの Legendre 多項式

**課題 6** トーラス  $x = (R + r \cos \psi) \cos \phi, y = (R + r \cos \psi) \sin \phi, z = r \sin \psi$

ParametricPlot3D[

{Cos[t] (3 + Cos[u]), Sin[t] (3 + Cos[u]), Sin[u]}, {t, 0, 2 Pi}, {u, 0, 2 Pi}]

でトーラスが描ける (図 1). これを応用して, 球を描け.

**課題 7** 直交多項式 (図 2)

$n$  次の Legendre 多項式  $P_n(x)$  は, LegendreP[n, x] で求められる.

また, 0 次から 5 次までの Legendre 多項式とそのグラフは, 各々次のコマンドで得られる.

```
Table[LegendreP[n,x], {n, 0, 5}] // TableForm
Plot[Evaluate[Table[LegendreP[n,x], {n, 0, 5}]], {x, -1, 1}]
```

- 1] Legendre 多項式が [-1:1] の区間でお互いに直交することを調べよ.
- 2] Chebyshev 多項式 (ChebyshevT[n, x]) を 0 次から 5 次まで求め, [0, 1] の区間でグラフを書け.  
また, それらの直交性も調べよ. ([0, 1] の区間で)
- 3] Hermite 多項式 (HermiteH[n, x]) を 0 次から 5 次まで求め, [-4, 4] の区間でグラフを書け. また, それらの直交性も調べよ. ( $[-\infty, \infty]$  の区間で)

**課題 8** 定係数 2 階常微分方程式 —  $\zeta$  の値による解の挙動

$$\frac{d^2}{dx^2}y + 2\zeta \frac{d}{dx}y + y = 1, \quad y(0) = 0, \quad \frac{d}{dx}y(0) = 0$$

を解き,  $\zeta = 1, 5, 0.85, 0.25$  のときのグラフを描け. ( $\zeta^2 \leq 1.0$  のとき解は「振動的」)

ヒント: DSolve で微分方程式を解き, その解から  $x$  と  $\zeta$  の関数を「f[x\_, zeta\_] = y[x] /. 求めた解」で求める.

**課題 9** Taylor 展開

appr = Normal[Series[1/(x^2 + 1), {x, 0, 4}]] ( $x = 0$  での 4 次の Taylor 展開)

Plot[{1/(x^2 + 1), appr}, {x, -1.5, 1.5},

PlotStyle -> {GrayLevel[0.2], Thickness[0.015]}]

$\frac{\sin x}{x^2 + 4}$  の  $x = 0$  における 8 次のテーラー展開の関数を求め, グラフを上記と同様の方法で描き, どの程度うまく近似できているかを調べよ.

**課題 10** 自由課題 — 自分で問題を作り, Mathematica で解け